

# Komutacioni sistemi (vježbe termini 6 i 7)

Prof.dr Igor Radusinović

[igorr@ucg.ac.me](mailto:igorr@ucg.ac.me)

Univerzitet Crne Gore

## Primjer 1

### Analiza M/M/S/O reda čekanja

Dat je intezitet saobraćaja  $A$ . Treba odrediti broj servera tako da vjerovatnoća blokiranja  $P_B$  bude manja od neke definisane vrijednosti. U tu svrhu se koristi Erlangova B tablica.

Primjer: Neka je  $A=12.5$ ,  $P_B=5\%$ . Odrediti  $S$ .

$$P_B = P_S = \frac{\frac{A^S}{S!}}{\sum_{n=0}^S \frac{A^n}{n!}}, A = \frac{\lambda}{\mu}$$

<https://www.erlang.com/calculator/erlb/>

# Analiza M/M/S/O reda čekania

Table 5-1. Erlang-B table.

$S$	1%	2%	3%	5%	7%
1	0.0101	0.0204	0.0309	0.0526	0.0753
2	0.153	0.223	0.282	0.381	0.470
3	0.455	0.602	0.715	0.899	1.06
4	0.869	1.09	1.26	1.52	1.75
5	1.36	1.66	1.88	2.22	2.50
6	1.91	2.28	2.54	2.96	3.30
7	2.50	2.94	3.25	3.74	4.14
8	3.13	3.63	3.99	4.54	5.00
9	3.78	4.34	4.75	5.37	5.88
10	4.46	5.08	5.53	6.22	6.78
11	5.16	5.84	6.33	7.08	7.69
12	5.88	6.61	7.14	7.95	8.61
13	6.61	7.40	7.97	8.83	9.54
14	7.35	8.20	8.80	9.73	10.5
15	8.11	9.01	9.65	10.6	11.4
16	8.88	9.83	10.5	11.5	12.4
17	9.65	10.7	11.4	12.5	13.4
18	10.4	11.5	12.2	13.4	14.3
19	11.2	12.3	13.1	14.3	15.3
20	12.0	13.2	14.0	15.2	16.3
21	12.8	14.0	14.9	16.2	17.3
22	13.7	14.9	15.8	17.1	18.2
23	14.5	15.8	16.7	18.1	19.2
24	15.3	16.6	17.6	19.0	20.2
25	16.1	17.5	18.5	20.0	21.2
26	17.0	18.4	19.4	20.9	22.2
27	17.8	19.3	20.3	21.9	23.2
28	18.6	20.2	21.2	22.9	24.2
29	19.5	21.0	22.1	23.8	25.2
30	20.3	21.9	23.1	24.8	26.2

## Analiza M/M/S/O reda čekanja (detaljnija tabela)

S/Ps	0.01	0.05	0.1	0.5	1	2	5	10	15	20	30	40
1	.0001	.0005	.0010	.0050	.0101	.0204	.0526	.1111	.1765	.2500	.4286	.6667
2	.0142	.0321	.0458	.1054	.1526	.2235	.3813	.5954	.7962	1.000	1.449	2.000
3	.0868	.1517	.1938	.3490	.4555	.6022	.8994	1.271	1.603	1.930	2.633	3.480
4	.2347	.3624	.4393	.7012	.8694	1.092	1.525	2.045	2.501	2.945	3.891	5.021
5	.4520	.6486	.7621	1.132	1.361	1.657	2.219	2.881	3.454	4.010	5.189	6.596
6	.7282	.9957	1.146	1.622	1.909	2.276	2.960	3.758	4.445	5.109	6.514	8.191
7	1.054	1.392	1.579	2.158	2.501	2.935	3.738	4.666	5.461	6.230	7.856	9.800
8	1.422	1.830	2.051	2.730	3.128	3.627	4.543	5.597	6.498	7.369	9.213	11.42
9	1.826	2.302	2.558	3.333	3.783	4.345	5.370	6.546	7.551	8.522	10.58	13.05
10	2.260	2.803	3.092	3.961	4.461	5.084	6.216	7.511	8.616	9.685	11.95	14.68
11	2.722	3.329	3.651	4.610	5.160	5.842	7.076	8.487	9.691	10.86	13.33	16.31
12	3.207	3.878	4.231	5.279	5.876	6.615	7.950	9.474	10.78	12.04	14.72	17.95
13	3.713	4.447	4.831	5.964	6.607	7.402	8.835	10.47	11.87	13.22	16.11	19.60
14	4.239	5.032	5.446	6.663	7.352	8.200	9.730	11.47	12.97	14.41	17.50	21.24
15	4.781	5.634	6.077	7.376	8.108	9.010	10.63	12.48	14.07	15.61	18.90	22.89
16	5.339	6.250	6.722	8.100	8.875	9.828	11.54	13.50	15.18	16.81	20.30	24.54
17	5.911	6.878	7.378	8.834	9.652	10.66	12.46	14.52	16.29	18.01	21.70	26.19
18	6.496	7.519	8.046	9.578	10.44	11.49	13.39	15.55	17.41	19.22	23.10	27.84
19	7.093	8.170	8.724	10.33	11.23	12.33	14.32	16.58	18.53	20.42	24.51	29.50
20	7.701	8.831	9.412	11.09	12.03	13.18	15.25	17.61	19.65	21.64	25.92	31.15

## Analiza M/M/S/O reda čekanja (detaljnija tabela)

21	8.319	9.501	10.11	11.86	12.84	14.04	16.19	18.65	20.77	22.85	27.33	32.81
22	8.946	10.18	10.81	12.64	13.65	14.90	17.13	19.69	21.90	24.06	28.74	34.46
23	9.583	10.87	11.52	13.42	14.47	15.76	18.08	20.74	23.03	25.28	30.15	36.12
24	10.23	11.56	12.24	14.20	15.30	16.63	19.03	21.78	24.16	26.50	31.56	37.78
25	10.88	12.26	12.97	15.00	16.13	17.51	19.99	22.83	25.30	27.72	32.97	39.44
26	11.54	12.97	13.70	15.80	16.96	18.38	20.94	23.89	26.43	28.94	34.39	41.10
27	12.21	13.69	14.44	16.60	17.80	19.27	21.90	24.94	27.57	30.16	35.80	42.76
28	12.88	14.41	15.18	17.41	18.64	20.15	22.87	26.00	28.71	31.39	37.21	44.41
29	13.56	15.13	15.93	18.22	19.49	21.04	23.83	27.05	29.85	32.61	38.63	46.07
30	14.25	15.86	16.68	19.03	20.34	21.93	24.80	28.11	31.00	33.84	40.05	47.74
31	14.94	16.60	17.44	19.85	21.19	22.83	25.77	29.17	32.14	35.07	41.46	49.40
32	15.63	17.34	18.21	20.68	22.05	23.73	26.75	30.24	33.28	36.30	42.88	51.06
33	16.34	18.09	18.97	21.51	22.91	24.63	27.72	31.30	34.43	37.52	44.30	52.72
34	17.04	18.84	19.74	22.34	23.77	25.53	28.70	32.37	35.58	38.75	45.72	54.38
35	17.75	19.59	20.52	23.17	24.64	26.44	29.68	33.43	36.72	39.99	47.14	56.04
36	18.47	20.35	21.30	24.01	25.51	27.34	30.66	34.50	37.87	41.22	48.56	57.70
37	19.19	21.11	22.08	24.85	26.38	28.25	31.64	35.57	39.02	42.45	49.98	59.37
38	19.91	21.87	22.86	25.69	27.25	29.17	32.62	36.64	40.17	43.68	51.40	61.03
39	20.64	22.64	23.65	26.53	28.13	30.08	33.61	37.72	41.32	44.91	52.82	62.69
40	21.37	23.41	24.44	27.38	29.01	31.00	34.60	38.79	42.48	46.15	54.24	64.35
41	22.11	24.19	25.24	28.23	29.89	31.92	35.58	39.86	43.63	47.38	55.66	66.02
42	22.85	24.97	26.04	29.09	30.77	32.84	36.57	40.94	44.78	48.62	57.08	67.68
43	23.59	25.75	26.84	29.94	31.66	33.76	37.57	42.01	45.94	49.85	58.50	69.34

## Analiza M/M/S/O reda čekanja (detaljnija tabela)

44	24.33	26.53	27.64	30.80	32.54	34.68	38.56	43.09	47.09	51.09	59.92	71.01
45	25.08	27.32	28.45	31.66	33.43	35.61	39.55	44.17	48.25	52.32	61.35	72.67
46	25.83	28.11	29.26	32.52	34.32	36.53	40.55	45.24	49.40	53.56	62.77	74.33
47	26.59	28.90	30.07	33.38	35.22	37.46	41.54	46.32	50.56	54.80	64.19	76.00
48	27.34	29.70	30.88	34.25	36.11	38.39	42.54	47.40	51.71	56.03	65.61	77.66
49	28.10	30.49	31.69	35.11	37.00	39.32	43.53	48.48	52.87	57.27	67.04	79.32
50	28.87	31.29	32.51	35.98	37.90	40.26	44.53	49.56	54.03	58.51	68.46	80.99
51	29.63	32.09	33.33	36.85	38.80	41.19	45.53	50.64	55.19	59.75	69.88	82.65
52	30.40	32.90	34.15	37.72	39.70	42.12	46.53	51.73	56.35	60.99	71.31	84.32
53	31.17	33.70	34.98	38.60	40.60	43.06	47.53	52.81	57.50	62.22	72.73	85.98
54	31.94	34.51	35.80	39.47	41.51	44.00	48.54	53.89	58.66	63.46	74.15	87.65
55	32.72	35.32	36.63	40.35	42.41	44.94	49.54	54.98	59.82	64.70	75.58	89.31
56	33.49	36.13	37.46	41.23	43.32	45.88	50.54	56.06	60.98	65.94	77.00	90.97
57	34.27	36.95	38.29	42.11	44.22	46.82	51.55	57.14	62.14	67.18	78.43	92.64
58	35.05	37.76	39.12	42.99	45.13	47.76	52.55	58.23	63.31	68.42	79.85	94.30
59	35.84	38.58	39.96	43.87	46.04	48.70	53.56	59.32	64.47	69.66	81.27	95.97
60	36.62	39.40	40.80	44.76	46.95	49.64	54.57	60.40	65.63	70.90	82.70	97.63
61	37.41	40.22	41.63	45.64	47.86	50.59	55.57	61.49	66.79	72.14	84.12	99.30
62	38.20	41.05	42.47	46.53	48.77	51.53	56.58	62.58	67.95	73.38	85.55	101.0
63	38.99	41.87	43.31	47.42	49.69	52.48	57.59	63.66	69.11	74.63	86.97	102.6
64	39.78	42.70	44.16	48.31	50.60	53.43	58.60	64.75	70.28	75.87	88.40	104.3
65	40.58	43.52	45.00	49.20	51.52	54.38	59.61	65.84	71.44	77.11	89.82	106.0

## Analiza M/M/S/O reda čekanja (detaljnija tabela)

66	41.38	44.35	45.85	50.09	52.44	55.33	60.62	66.93	72.60	78.35	91.25	107.6
67	42.17	45.18	46.69	50.98	53.35	56.28	61.63	68.02	73.77	79.59	92.67	109.3
68	42.97	46.02	47.54	51.87	54.27	57.23	62.64	69.11	74.93	80.83	94.10	111.0
69	43.77	46.85	48.39	52.77	55.19	58.18	63.65	70.20	76.09	82.08	95.52	112.6
70	44.58	47.68	49.24	53.66	56.11	59.13	64.67	71.29	77.26	83.32	96.95	114.3
71	45.38	48.52	50.09	54.56	57.03	60.08	65.68	72.38	78.42	84.56	98.37	116.0
72	46.19	49.36	50.94	55.46	57.96	61.04	66.69	73.47	79.59	85.80	99.80	117.6
73	47.00	50.20	51.80	56.35	58.88	61.99	67.71	74.56	80.75	87.05	101.2	119.3
74	47.81	51.04	52.65	57.25	59.80	62.95	68.72	75.65	81.92	88.29	102.7	120.9
75	48.62	51.88	53.51	58.15	60.73	63.90	69.74	76.74	83.08	89.53	104.1	122.6
76	49.43	52.72	54.37	59.05	61.65	64.86	70.75	77.83	84.25	90.78	105.5	124.3
77	50.24	53.56	55.23	59.96	62.58	65.81	71.77	78.93	85.41	92.02	106.9	125.9
78	51.05	54.41	56.09	60.86	63.51	66.77	72.79	80.02	86.58	93.26	108.4	127.6
79	51.87	55.25	56.95	61.76	64.43	67.73	73.80	81.11	87.74	94.51	109.8	129.3
80	52.69	56.10	57.81	62.67	65.36	68.69	74.82	82.20	88.91	95.75	111.2	130.9
81	53.51	56.95	58.67	63.57	66.29	69.65	75.84	83.30	90.08	96.99	112.6	132.6
82	54.33	57.80	59.54	64.48	67.22	70.61	76.86	84.39	91.24	98.24	114.1	134.3
83	55.15	58.65	60.40	65.39	68.15	71.57	77.87	85.48	92.41	99.48	115.5	135.9
84	55.97	59.50	61.27	66.29	69.08	72.53	78.89	86.58	93.58	100.7	116.9	137.6
85	56.79	60.35	62.14	67.20	70.02	73.49	79.91	87.67	94.74	102.0	118.3	139.3
86	57.62	61.21	63.00	68.11	70.95	74.45	80.93	88.77	95.91	103.2	119.8	140.9
87	58.44	62.06	63.87	69.02	71.88	75.42	81.95	89.86	97.08	104.5	121.2	142.6
88	59.27	62.92	64.74	69.93	72.82	76.38	82.97	90.96	98.25	105.7	122.6	144.3
89	60.10	63.77	65.61	70.84	73.75	77.34	83.99	92.05	99.41	107.0	124.0	145.9
90	60.92	64.63	66.48	71.76	74.68	78.31	85.01	93.15	100.6	108.2	125.5	147.6

## Analiza M/M/S/O reda čekanja (detaljnija tabela)

91	61.75	65.49	67.36	72.67	75.62	79.27	86.04	94.24	101.8	109.4	126.9	149.3
92	62.58	66.35	68.23	73.58	76.56	80.24	87.06	95.34	102.9	110.7	128.3	150.9
93	63.42	67.21	69.10	74.50	77.49	81.20	88.08	96.43	104.1	111.9	129.8	152.6
94	64.25	68.07	69.98	75.41	78.43	82.17	89.10	97.53	105.3	113.2	131.2	154.3
95	65.08	68.93	70.85	76.33	79.37	83.13	90.12	98.63	106.4	114.4	132.6	155.9
96	65.92	69.79	71.73	77.24	80.31	84.10	91.15	99.72	107.6	115.7	134.0	157.6
97	66.75	70.65	72.61	78.16	81.25	85.07	92.17	100.8	108.8	116.9	135.5	159.3
98	67.59	71.52	73.48	79.07	82.18	86.04	93.19	101.9	109.9	118.2	136.9	160.9
99	68.43	72.38	74.36	79.99	83.12	87.00	94.22	103.0	111.1	119.4	138.3	162.6
100	69.27	73.25	75.24	80.91	84.06	87.97	95.24	104.1	112.3	120.6	139.7	164.3

S is the number of servers. The numerical column headings indicate blocking probability  $P_s$  in %. Table generated by Dan Dexter



## Primjer 2

U GSM sistemu posmatra se jedna ćelija.

Izvesti izraz za vjerovatnoća blokiranja?

Uz koji intenzitet saobraćaja će vjerovatnoće blokiranja biti: 0.01%, 0.05%, 0.1%, 0.5%, 1%, 2%, 5%, 10%?

Uz vjerovatnoću blokiranja od 15% odrediti koliko iznosi srednja dolazna brzina?

## Primjer 2

Uz koji intenzitet saobraćaja će vjerovatnoće blokiranja  $P_B$  biti:

0.01%, 0.05%, 0.1%,  
0.5%, 1%, 2%, 5%, 10%?

Iz Erlang B tabele za  $S=6$  slijedi:

0.7282 , 0.9957 , 1.146 ,  
1.622 , 1.909 , 2.276 , 2.960 , 3.758

## Primjer 2

- ▶ Iz Erlang tabele za  $S=6$  i  $P_B=15\%$  slijedi:

$$A = 4,445$$

$$A = \frac{\lambda}{\mu}$$

$$\mu = 13Kb / s$$

$$\lambda = 57,8Kb / s$$

Slavica Tomović  
Igor Radusinović  
Univerzitet Crne Gore

## Primjer 3

Koliko iznosi maksimalan broj korisnika sektora bazne stanice konfiguracije 1 (6 govornih kanala na uplinku i downlinku) koji se može poslužiti u ČNO ako je politikom kompanije definisano da je nivo odbačenih poziva 0.1%.

Svaki korisnik prosječno u ČNO generiše saobraćaj intenziteta 15mE. Šta se dešava kad je konfiguracija sektora 2 ( $S=12$ ) i 4 ( $S=24$ )?

## Primjer 3

Konfiguracija sektora 1 ( $S=6$ )?

Za  $S=6$  i  $P_b=0.1\%$  dozvoljeni intenzitet saobraćaja je 1.146

$$N \cdot 0.015 \leq 1.146$$

$$N \leq 76.4$$

$$N=76$$

## Primjer 3

Konfiguracija sektora 2 ( $S=12$ )

Za  $S=12$  i  $P_b=0.1\%$  dozvoljeni intenzitet saobraćaja je 4.231

$$N \cdot 0.015 \leq 4.231$$

$$N \leq 282.1$$

$$N=282$$

## Primjer 3

Konfiguracija sektora 4 ( $S=24$ )

Za  $S=24$  i  $P_b=0.1\%$  dozvoljeni intenzitet saobraćaja je 12.24

$$N \cdot 0.015 \leq 12.24$$

$$N \leq 816$$

$$N=816$$

Slavica Tomović  
Igor Radusinović  
Univerzitet Crne Gore

## Primjer 4

Kakvi su rezultati za prethodni zadatak ako se uvijek još po jedan kanal dodjeljuje GPRS servisu?

Slavica Tomović  
Igor Radusinović  
Univerzitet Crne Gore



## Primjer 4

Konfiguracija sektora 1 ( $S=5$ )?

Za  $S=5$  i  $P_b=0.1\%$  dozvoljeni intenzitet saobraćaja  
je 0.7621

$$N \cdot 0.015 \leq 1.146$$

$$N \leq 50.8$$

$$N=59$$

## Primjer 4

Konfiguracija sektora 2 ( $S=10$ )

Za  $S=10$  i  $P_b=0.1\%$  dozvoljeni intenzitet saobraćaja je 3.092

$$N \cdot 0.015 \leq 3.092$$

$$N \leq 216.1$$

$$N=216$$

Slavica Tomović  
Igor Radusinović  
Univerzitet Crne Gore

## Primjer 4

Konfiguracija sektora 4 ( $S=20$ )

Za  $S=20$  i  $P_b=0.1\%$  je intenzitet saobraćaja  
9.412

$$N \cdot 0.015 \leq 9.412$$

$$N \leq 627.4$$

$$N=627$$

Slavica Tomović  
Igor Radusinović  
Univerzitet Crne Gore

## Primjer 5

E1 linija se koristi za povezivanje dvije tel. centrale. Koliko iznosi intenzitet saobraćaja tako da vjerovatnoća blokiranja bude 0.1?  
Koliko iznosi iskorišćenje odlaznog linka?

Slavica Toljović  
Laur Radusinović  
Univerzitet Crne Gore

## Primjer 5

Za  $S=30$  i  $P_b=10\%$  je intenzitet saobraćaja  
28.11E

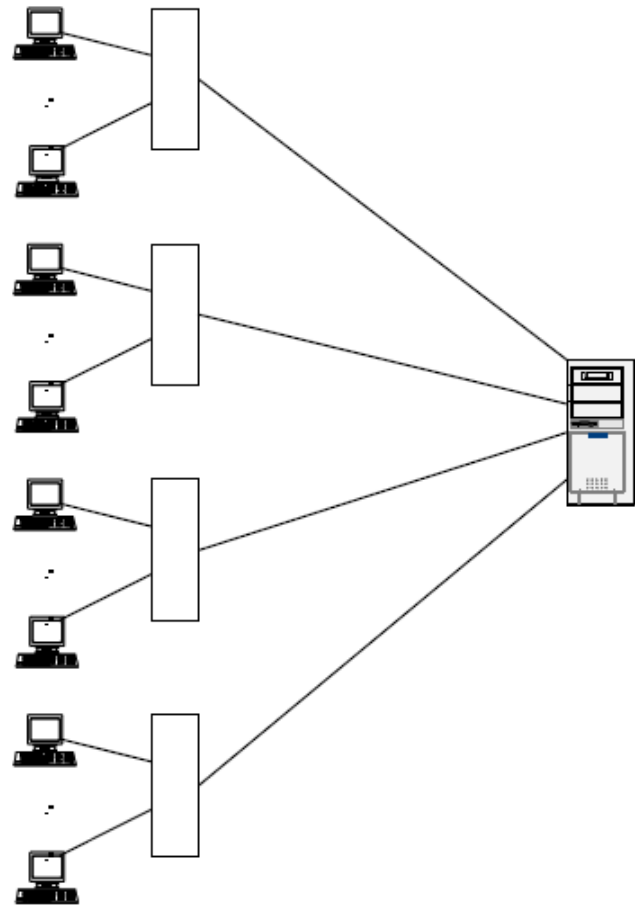
Iskorišćenje linka je

$$(1-P_B)28.11/30=0.9*28.11/30=0.8433=84.33\%$$

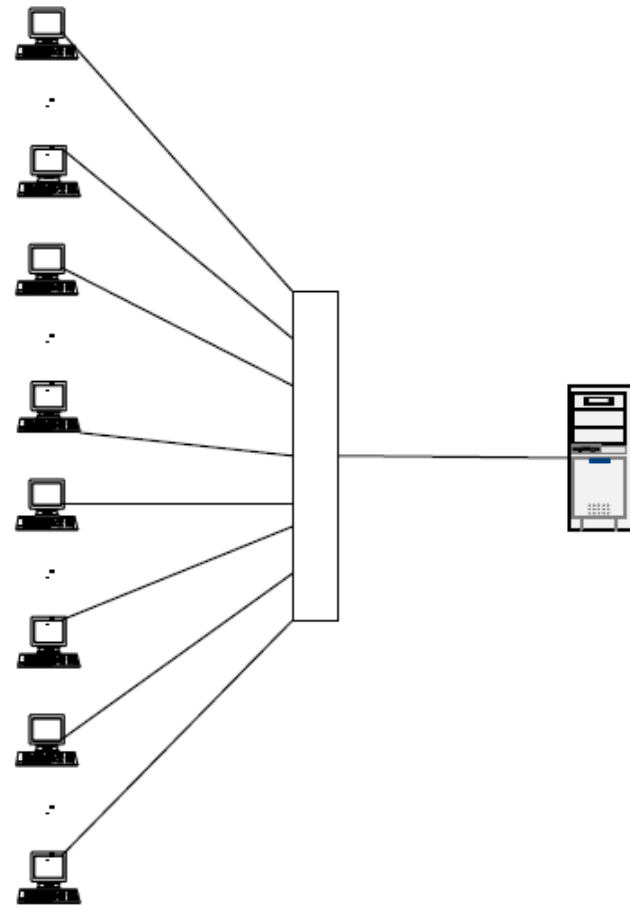
## Primjer 6

Četiri grupe terminala se povezuju na server preko iznajmljenih linija, kao što je prikazano na slici. Na slici pod a) saobraćaj iz grupa se prenosi preko odvojenih linija, dok se na slici pod b) saobraćaj koncentriše i prenosi preko zajedničke linije. Odrediti ukupan broj kanala potrebnih u oba slučaja tako da je maksimalna vjerovatnoća blokiranja 0.05. Pretpostaviti 22 terminala u svakoj grupi i da je svaki terminal aktivan 10% vremena.

# Primjer 6



a)



b)

## Primjer 6

a) U svakoj grupi intenzitet saobraćaja je  $2.2E$ .

Za  $P_b=5\%$  slijedi  $S=5$ , pa je potrebno  $4*5=20$  kanala

b) Intenzitet saobraćaja je  $4*2.2=8.8E$ .

Za  $P_b=5\%$  slijedi  $S=13$ , pa je potrebno 13 kanala.



## Primjer 7

Na telefonsku centralu je vezano 800 korisnika od kojih svako prosječno generiše 5 minuta lokalnog, dva minuta odlaznog i jedan minut dolaznog poziva tokom ČNO. Upravljački organ centale može jednovremeno da posluži 90 lokalnih, odlaznih i dolaznih poziva. Centrala je povezana sa tranzitnom centralom preko jednog prenosnika koji može imati  $n$  E1 linkova.

a) Kolika je vjerovatnoća blokiranja upravljačkog organa?

b) Koliki je potreban broj E1 linkova  $n$ , ako je politikom kompanije utvrđeno da je vjerovatnoća blokiranja prenosnika jednaka 1%.

c) Ponoviti a. i b. za slučaj vanredne situacije kada se prosječno trajanje poziva poveća dva puta.

## Primjer 7

$$A_{lok} = \frac{5}{60} 800 = 66.67$$

$$A_{odl} = \frac{2}{60} 800 = 26.67$$

$$A_{dol} = \frac{1}{60} 800 = 13.33$$

a) Vjerovatnoća blokiranja upravljačkog organa

$$A = A_{lok} + A_{odl} + A_{dol} = \frac{320}{3} = 106.67$$

$$S = 90$$

$$15\% < P_b < 20\%$$

## Primjer 7

b) Potreban broj E1 linkova, ako je politikom kompanije utvrđeno da je vjerovatnoća blokiranja prenosnika jednaka 1%.

$$A_{pren} = A_{odl} + A_{dol} = \frac{120}{3} = 40$$

$$P_b = 1\%$$

$$S = 53$$

$$S = n * 30$$

$$n = 2$$

## Primjer 7

c)

$$A_{lok} = \frac{10}{60} 800 = 133.7$$

$$A_{odl} = \frac{4}{60} 800 = 53.7$$

$$A_{dol} = \frac{2}{60} 800 = 26.7$$

Vjerovatnoća blokiranja upravljačkog organa

$$A = A_{lok} + A_{odl} + A_{dol} = 213.3$$

$$S = 90$$

$$P_b > 40\%$$

## Primjer 7

c) Potreban broj E1 linkova, ako je politikom kompanije utvrđeno da je vjerovatnoća blokiranja prenosnika jednaka 1%.

$$A_{pren} = A_{odl} + A_{dol} = 80$$

$$P_b = 1\%$$

$$S = 96$$

$$S = n * 30$$

$$n = 4$$

## Primjer 8

U firmi je 1000 korisnika vezano preko PBX-a na server, pri čemu svi generišu saobraćaj intenziteta 30mE. Odrediti potreban broj kanala tako da vjerovatnoća blokiranja bude 3%.

Ukoliko se broj korisnika poveća na 1300, odrediti potreban broj kanala uz istu vjerovatnoću greške.

Uporediti procenete povećanja intenziteta saobraćaja i potrebnog broja kanala.

a)

$$N_k = 1000$$

$$A_i = 0.03E$$

$$A = 1000 \cdot 0.03E = 30E$$

$$P_B = 0.03$$

$$S = 38$$

$$P_B = P_S = \frac{\frac{A^S}{S!}}{\sum_{n=0}^S \frac{A^n}{n!}}, A = \frac{\lambda}{\mu}$$

b)

$$A = 39$$

$$S = 47$$

$$\Delta A_{\%} = \frac{47 - 38}{38} \cdot 100 = 23.7\%$$

<https://www.erlang.com/calculator/erlb/>